

TD2 Propagation d'incertitudes

Objectifs :

1. Retravailler en autonomie les notions de métrologie.
2. Aborder le problème de propagation d'incertitudes en étudiant différentes situations pratiques de mesure physique.

Outils mathématiques complémentaires

Un résultat de mesure doit être présenté sous la forme : $Y = Y_{mes} \pm \Delta Y$. Dans le cas où la grandeur Y dépend de plusieurs grandeurs, c'est-à-dire $Y = f(X_1, X_2, \dots, X_n)$, avec $\Delta X_1, \Delta X_2, \dots, \Delta X_n$ l'erreur des grandeurs mesurées, l'erreur ou incertitude maximale de ΔY peut être exprimée à partir de l'équation en dérivées suivante :

$$|\Delta Y| = \Delta X_1 \left| \frac{\partial Y}{\partial X_1} \right| + \Delta X_2 \left| \frac{\partial Y}{\partial X_2} \right| + \dots + \Delta X_n \left| \frac{\partial Y}{\partial X_n} \right| \quad (1)$$

où $\frac{\partial Y}{\partial X_1}$ dénote la dérivée de Y par rapport à la variable X_1 (et dans ce cas on considère les autres variables comme des constantes). La valeur absolue l'expression de l'erreur maximale permet d'éviter toute compensation de l'influence de l'erreur sur une variable par celle d'une autre.

Pour calculer $|\Delta Y|$ il faut donc :

1. Calculer les dérivées dites « partielles » $\frac{\partial Y}{\partial X_1}, \frac{\partial Y}{\partial X_2}, \dots, \frac{\partial Y}{\partial X_n}$
2. Remplacer dans l'expression de l'erreur maximale et éventuellement faire l'application numérique.

Exercice 1 : Convertisseur analogique/numérique (CAN)

Pour mesurer un courant compris entre 0 A et 0,5 A, on utilise une résistance de mesure de 10Ω d'une précision de 1 %. On branche directement aux bornes de cette résistance un CAN. L'impédance d'entrée de ce convertisseur est parfaite, c'est à dire qu'il n'y a ni courant qui le traverse, ni de charge stockée.

1. Expliquer le fonctionnement d'un CAN.
2. Faire un schéma électrique de la situation décrite. Préciser les composants et les grandeurs électriques.
3. Quel est le nombre de bit minimal du convertisseur, si l'on veut une erreur maximale de 10 mA sur la mesure ?
4. Quelle est l'erreur maximale en mA si l'erreur du CAN est supposé centrée ?
5. La résistance de mesure a un coefficient de variation en puissance de $5 \times 10^{-3} \Omega/watt$. Conclure sur la précision. Comment peut on améliorer le dispositif ?

Exercice 2 : Débit d'une pompe

On souhaite mesurer le débit d'une pompe avec une horloge et mètre à ruban. Pour cela on laisse un réservoir de section droite rectangulaire se remplir d'eau pendant 120 s. D'une part, le temps est mesuré avec une précision de 1 seconde. D'autre part, la hauteur d'eau relevée est de $30 \text{ cm} \pm 2 \text{ mm}$, la longueur du réservoir est de $20 \text{ cm} \pm 1 \text{ mm}$ et la largeur est de $12 \text{ cm} \pm 1 \text{ mm}$.

1. Donner la définition mathématique du débit volumique.
2. Quel est le débit de la pompe ? Pour cela, faire l'application numérique en utilisant l'équation de la question précédente et donner le résultat (valeur et unité).
3. Donner l'expression de l'incertitude maximale pour cette mesure.
4. Faire l'application numérique et donner la valeur de l'erreur et son unité.

Exercice 3 : Mesure de pression

Un transmetteur électronique de pression possède une étendue de mesure allant de 0 bar à 6 bar. Son signal de sortie I_s varie de 4 mA à 20 mA. Sa précision est de $\pm 2\%$ sur l'étendue de la mesure et donc on dit que l'appareil est de *classe 2*.

1. Calculer la sensibilité pour cet appareil.
2. L'appareil étant considéré parfait, quel serait la valeur de I_s pour une pression réelle de 4 bar ?
3. Quelle est la valeur de la pression mesurée quand $I_s = 16$ mA en sortie ?
4. Quelle est l'erreur absolue maximale ?
5. Quelle est l'erreur absolue pour une pression mesurée de 5 bar ?

Exercice 4 : Pince de courant

Pour mesurer une intensité de courant électrique, on utilise une pince de courant. La tension de sortie est comprise entre 0 V et 5 V et la sensibilité de l'appareil est de 100 mV/A. L'appareil est de *classe 1*. Pour un courant crête à crête de 25 A à 100 kHz :

1. Expliquer le principe physique du fonctionnement d'une pince de courant.
2. Donner la valeur du courant efficace si la source est sinusoïdale.
3. Exprimer la mesure et son incertitude en volt.
4. Répéter les questions 2 et 3 dans le cas d'une source (a) triangulaire et (b) carré symétrique.
5. Conclure sur l'incertitude en fonction du type de source dans ces conditions.